

Universidade da Beira Interior

Cálculo I

1º Teste (Eng. Civil)

Duração: 1h 45m

2007-11-04

- Escreva o seu **nome, número e versão de teste** em cada folha que entregar.
- Não é permitido o uso de calculadora nem de qualquer formulário.
- Apresente todos os cálculos que efectuar.

VERSÃO A

1. Considere a função:

$$f(x) = \arcsen(2x)$$

- $[1,0]$ Determine o domínio e o contradomínio de f .
- $[0,5]$ Calcule $f\left(\frac{1}{2}\right)$.
- $[1,0]$ Determine a função inversa, $f^{-1}(x)$.

2. $[1,5]$ Simplifique: $\tan(\arcsen x)$.

3. Considere a função:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{se } 0 < x < 3 \\ \sqrt{x-3} & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$$

- $[1,0]$ Estude a continuidade de f .
- $[1,0]$ Determine a equação da recta tangente a f para $x = 1$.

4. Calcule:

a) $[1,5]$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} e^{\cos\left(\frac{\pi}{x}\right)}$ (sugestão: aplique o teorema de Squeeze (“sanduíche”))

b) $[1,5]$ $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 3x)^{\frac{5}{x}}$

5. Calcule a primeira derivada, y' :

a) $[1,0]$ $y = \arccos \sqrt{3x}$

b) $[1,5]$ $y \operatorname{sen}(x^2) = x \operatorname{sen}(y^2)$ (sugestão: derive implicitamente)

6. $[1,5]$ Um disco circular mede 24 cm de raio, com um erro máximo de 0,2 cm.

Utilizando diferenciais, qual é o erro máximo no cálculo da área do disco?

7. $[2,0]$ Mostre que a equação $2x - 1 - \operatorname{sen} x = 0$ tem uma, e uma só, raiz real.

8. Considere a função:

$$f(x) = \frac{e^x}{x}$$

Determine:

a) $[0,5]$ Domínio e pontos de intersecção com os eixos.

b) $[0,5]$ Simetria.

c) $[1,0]$ Eventuais assíntotas.

d) $[1,0]$ Intervalos onde $f(x)$ é crescente; intervalos onde $f(x)$ é decrescente.

e) $[0,5]$ Eventuais pontos máximos e mínimos relativos de $f(x)$.

f) $[1,0]$ Sentido da concavidade de $f(x)$, em termos de intervalos, e eventuais pontos de inflexão de $f(x)$.

g) $[0,5]$ Esboce o gráfico de $f(x)$.